

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ


ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий

Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

 Журавлева Е.А.
«15» 01 2026 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине
Математика

По направлению подготовки – 39.03.03 Организация работы с молодежью

Профиль подготовки – Управление молодежной политикой

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная, заочная

Курс – 1 курс (2 семестр) / 2 курс (4 триместр)

Разработчик

Ассистент кафедры ВМ и МПМ,

Котова Марина Алексеевна

Заведующий кафедрой

высшей математики и методики

преподавания математики

 Кривко Я.П.

Протокол от «14» 01 2026 г., № 6

Луганск, 2026

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины (модуля) «Высшая математика» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины (модуля).

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 39.03.03 «Организация работы с молодежью», утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 05 февраля 2018 г. по № 77 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Универсальные	
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	ИД-1 УК-1 Выделяет проблемную ситуацию, осуществляет ее многофакторный анализ и диагностику на основе системного подхода; ИД-2 УК-1 Осуществляет поиск, отбор и систематизацию информации для определения альтернативных вариантов стратегических решений в 11 проблемной ситуации; ИД-3 УК-1 Определяет и оценивает риски возможных вариантов решений проблемной ситуации, выбирает оптимальный вариант её решения

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
2 семестр		
Раздел 1. Элементы линейной алгебры	УК-1	Выполнение заданий практического характера Выполнение индивидуального

		задания Выполнение проверочной работы Устный опрос
Раздел 2. Начала математического анализа	УК-1	Выполнение заданий практического характера Выполнение индивидуального задания Выполнение проверочной работы Устный опрос
Раздел 3. Элементы теории вероятностей и математической статистики.	УК-1	Выполнение заданий практического характера Выполнение индивидуального задания Выполнение проверочной работы Устный опрос
Промежуточная аттестация	УК-1	экзамен

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
УК-1	<p>знать: основные понятия, теоремы, законы и правила линейной и векторной алгебры, математического анализа; теории вероятностей и математической статистики;</p> <p>уметь: производить действия над определителями n-го порядка; производить действия над матрицами; находить обратную матрицу; применять основные методы для решения СЛУ; производить действия над векторами; находить скалярное, векторное и смешанное произведение векторов; решать задачи на применение векторной алгебры; находить область определения функции; определять свойства функции по ее графику; находить производную простых и сложных функций; находить наибольшее и наименьшее значение функции; исследовать функцию на экстремумы; исследовать функцию и строить ее график; решать несложные задачи по комбинаторике и теории вероятностей, математической статистике, осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации; применять системный подход для решения поставленных задач;</p> <p>владеть: навыками нахождения определителя и решения систем линейных уравнений; навыками исследования, дифференцирования функций; навыками первичной математической обработки информации; профессиональными основами речевой коммуникации с использованием терминологии данной дисциплины, способностью и готовностью к диалогу и восприятию альтернатив, участию в дискуссиях по проблемам основных направлений развития математики.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Система оценивания учебных достижений студентов очной формы обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
Оформление конспектов лекционных и практических занятий	4
Работа на практических занятиях	26
Контрольные работы	30
Экзамен	40
Итого:	100

Система оценивания учебных достижений студентов заочной формы обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
Оформление конспектов лекционных и практических занятий	20
Работа на практических занятиях	24
Выполнение индивидуального задания	16
Экзамен	40
Итого	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетво- рительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетво- рительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетво- рительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство	Не зачтено

		предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

1.5. Образец оформления экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛПУ»)

2026/2027 учебный год

Институт физико-математического образования, информационных
и обслуживающих технологий
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики
Дисциплина «Высшая математика»
Курс: 1 курс Направление подготовки:
44.03.04 «Профессиональное обучение (по отраслям)»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Метод Крамера для решения СЛАУ
2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$ на отрезке $[-\frac{3}{4}; 3]$
3. Из чисел от 1 до 10 случайно выбираются 3 различных числа. Найти вероятность того, что все эти три числа нечетные.

Экзаменатор _____ М.А. Котова

Утверждено на заседании кафедры высшей математики и методики преподавания математики

«__» _____ 2026 г., протокол № __

Заведующий кафедрой высшей математики
и методики преподавания математики _____ Я.П. Кривко

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Задания практического характера:

1. Вычислить определители

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}; \quad D_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 6 & 1 \\ 4 & 6 & -2 & -4 \\ 1 & 4 & 2 & -3 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислить обратную матрицу к матрице A . Правильность вычислений проверить, используя определение обратной матрицы. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 & -4 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Решить системы линейных алгебраических уравнений

- а) методом Крамера;
- б) матричным методом;
- в) методом Гаусса.

$$\begin{aligned} 1) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 11 \\ 4x_1 - x_2 + 4x_3 = -10, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 9 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \\ x + 2y - z = 1, \\ 2x + 5y + z = 9 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 3x + 5y - z = 1, \\ 4x + 7y - 2z = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

4. Найти множество решений системы линейных уравнений с четырьмя неизвестными

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 12, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 12, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = -2. \end{cases}$$

5. Построить графики функций путем преобразования графиков основных элементарных функций.

$$1. \quad y = 2^{x-1}; \quad 2. \quad y = 3 \sin(2x+1) \quad 3. \quad y = \log_{0,5} x - 3$$

6. Найти область определения заданных функций.

$$1. \quad y = \sqrt{5x^2 - 3x - 2}; \quad 2. \quad y = \ln \frac{2+x}{2-x}.$$

7. Найти указанные пределы (не пользуясь правилом Лопиталья):

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 2x^2 + 3}{4x^2 + 3x + 2}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2}{3x^2 + 2x - 1}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x + 10}; \\ 4) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 8x + 5}{3x^2 + 9x + 6}; \quad 5) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4} - 1}{x^2 - 9}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}; \end{aligned}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}; \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 2x}; \quad 9) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{2}{x}}.$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{e^{x+3} - e}; \quad 11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}; \quad 12) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}.$$

8. Найти первую производную y' данных функций:

$$1) y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{x+1}}; \quad 2) y = x - \ln\left(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}\right)$$

$$3) y = \sqrt{x} \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1}) - \sqrt{x+1}; \quad 4) y = \sin \sqrt{3} + \frac{1}{3} \frac{\sin^2 3x}{\cos 6x};$$

$$5) y = \arctg \frac{e^{x-1} - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}}; \quad 6) y = (\arctg x)^{(1/2) \ln(\arctg x)};$$

$$7) y = \frac{1}{24} (x^2 + 8) \sqrt{x^2 - 4} + \frac{x^4}{16} \arcsin \frac{2}{x}; \quad 8) y = \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2};$$

$$9) y = \frac{1}{\sin a} \ln(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} a); \quad 10) y = x e^y.$$

9. Найти наибольшее и наименьшее значения функций на заданных отрезках.

$$1) y = x - 2 \sin x; [0, \pi]$$

$$2) y = \sqrt{100 - x^2}; [-6, 8]$$

10. Провести полное исследование заданных функций и построить их графики.

$$1) y = x^3 - 3x^2 + 3$$

$$2) y = \frac{e^{2x}}{2x}$$

$$3) y = \frac{x}{1+x^2}$$

$$4) y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$$

$$5) y = \frac{2x+3}{e^{2(x+1)}} >$$

$$6) y = \sqrt[3]{(2-x)(x^2 - 4x + 1)}$$

11. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\frac{a}{t+k}$ -ю

часть курса и забывает $(a-k)$ -ю часть. Сколько дней нужно затратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 1/2$; $a = 2/49$.

12. Решеткой длиной 240 м нужно огородить прилегающую к дому прямоугольную площадку наибольшей площади. Определить размеры этой площадки.

13. Составить уравнение касательной к линии $y = x^3 + 3x^2 - 5$, перпендикулярной к прямой $2x - 6y + 1 = 0$.

14. Число 8 разбить на два таких слагаемых, чтобы сумма их кубов была наименьшей.

15. Сколькими способами можно выбрать 5 марок и 7 конвертов из 7 марок и 8 разных конвертов?

16. В вазе стоят пронумерованные 7 красных 5 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать: а) 4 цветка одного цвета? б) 4 цветка? в) 4 цветка так, чтобы среди них были как красные, так и розовые.

17. Из 30 человек выбирают профорга, его заместителя и 3 трех членов комитета. Сколькими способами это можно сделать?
18. В лифт 9-этажного дома на первом этаже входят 4 человека. Какова вероятность того, что они выйдут на разных этажах
19. Из ящика, в котором содержатся 5 черных и 6 красных шаров, вынимают два шара. Найти вероятность того, что: а) оба шара красные; б) оба шара черные; в) оба шара разного цвета.
20. В ящике 10 одинаковых деталей, помеченные 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Вынимают наугад 3 детали. Найти вероятность того, что: а) среди отобранных есть деталь; б) среди отобранных нет 1 и 3; в) достали детали 1, 2 и 3.
21. В ящике 100 яиц, из них 5 некачественных. Наугад выбирают одно яйцо. Найти вероятность того, что оно некачественное.
22. Кинули две игральные кости. Найдите вероятность того, что:
- а) сумма очков на гранях будет 8;
- б) Сумма очков 8, а разница 4;
- в) Сумма очков 5, а произведение 4.
23. В группе 12 студентов, среди них 8 отличников. Наугад по списку выбирают 9 студентов. Найдите вероятность того, что среди выбранных студентов будет 5 отличников.
24. В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наугад выбирают 7 человек. Найдите вероятность того, что среди выбранных будут 3 женщины.
25. В конверте 100 фотографий. Ищут одну фотографию. Наугад из конверта вынимают 10. Найдите вероятность того, что среди выбранных окажется нужная.
26. В урне 30 шаров: 15 белых, 10 красных, 5 синих. Вынимают один. Какова вероятность вытащить красный шар? Синий?
27. В урне 30 шаров: 15 белых, 10 красных, 5 синих. Вынимают наугад 2 шара. Найдите вероятность того, что:
- а) оба шара красные;
- б) оба шара белых;
- в) один шар красный, один белый;
28. Из 30 вопросов программы студент подготовил 25 вопросов. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее чем на 2 из 3 поставленных в билете вопросов. Какова вероятность того, что студент сдаст зачет?
29. В ящике имеется 30 деталей. Из них 8 изготовлено на первом станке, 10 – на втором, остальные – на третьем. Вероятность изготовления стандартной детали на первом станке равна 0,9, на втором станке – 0,92, на третьем станке – 0,94. Случайно выбранная деталь оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она изготовлена на 3-м станке.

30. Вероятность изготовления на автоматическом станке бракованной детали равна 0,1. Какова вероятность того, что из четырех отобранных деталей стандартных окажется не менее 3?

31. По приведенной ниже выборке:

1) построить интервальное статистическое распределение;

2) вычислить выборочное среднее \bar{x} , выборочное среднее квадратическое отклонение $s_{\text{выб}}$;

3) построить гистограмму относительных частот;

4) по всем предприятиям хлопчатобумажной промышленности с надежностью 0,95 оценить среднее значение затрат на 100 руб. товарной продукции и долю предприятий, у которых затраты не более 100 руб.

Затраты на 100 руб. товарной продукции (в руб.) по предприятиям хлопчатобумажной промышленности за год	9,4	02,9	02,9	9,0	9,4	00,0	9,4	00,7	00,0	00,7
	8,4	7,1	03,7	9,4	8,4	02,9	03,4	01,5	9,4	6,8
	00,7	01,5	00,0	04,3	00,7	02,5	03,4	01,6	9,7	7,2
	02,3	00,7	00,6	02,0	8,9	02,0	02,0	02,1	00,7	02,9
	02,0	02,0	8,3	00,7	02,3	03,4	01,5	01,5	00,7	04,3

Вопросы для устного опроса:

Элементы линейной алгебры

1. Что называется матрицей размера $m \times n$?
2. Какая матрица называется матрицей-строкой, матрицей-столбцом?
3. Какая матрица называется квадратной?
4. Что такое главная и побочная диагонали матрицы?
5. Какая матрица называется единичной, нулевой ? Как они обозначаются?
6. Какая матрица называется треугольной, симметричной?
7. Какие матрицы называются однотипными?
8. Что такое сумма двух матриц?
9. Перечислите свойства сложения двух матриц.
10. Что такое разность двух матриц?
11. Что такое произведение двух матриц?
12. Перечислите свойства умножения двух матриц.
13. Что такое произведение матрицы на число?
14. Перечислите свойства умножения матрицы на число.
15. Дайте определение транспонированной матрицы.
16. Что такое определитель n -го порядка?
17. Что называют определителем второго порядка?
18. Дайте определение определителя третьего порядка.
19. Сформулируйте правило треугольников для вычисления определителей 3-го порядка.
20. Сформулируйте правило для вычисления определителей третьего порядка
21. Назовите свойства определителей.
22. Что такое минор элемента a_{ij} ?
23. Что такое алгебраическое дополнение элемента a_{ij} ?
24. Сформулируйте основную теорему (о разложении определителя n -го порядка по элементам строки).
25. Перечислите элементарные преобразования над матрицами.
26. Какая матрица называется ступенчатой?
27. Что такое неособенная (невырожденная) матрица, особенная (вырожденная) матрица?
28. Дайте определение обратной матрице.
29. Дайте определение союзной матрице.
30. Сформулируйте алгоритм нахождения обратной матрицы.
31. Что такое ранг матрицы (два определения)?
32. Дайте определение линейного уравнения от n неизвестных .
33. Что называется решением линейного уравнения от n неизвестных.
34. Какое уравнение называется тривиальным, противоречивым?
35. Что такое система линейных уравнений от n - неизвестных?

36. Что называется решением системы линейных уравнений от n неизвестных?
37. Какие СЛУ называются совместными, несовместными?
38. Какие СЛУ называются определенными, неопределенными?
39. Какие СЛУ называются ступенчатыми?
40. Что такое основная матрица СЛУ, матрица неизвестных, свободных членов?
41. Дайте характеристику матричному уравнению.
42. Сформулируйте правило Крамера.
43. Какая матрица называется расширенной матрицей СЛУ?
44. Дайте определение равносильных СЛУ.
45. Перечислите элементарные преобразования СЛУ.
46. Что такое однородное ЛУ?
47. Сформулируйте теорему о приведении СЛУ к ступенчатому виду (правило Гаусса)
48. В чем сущность метода обратной матрицы для решения СЛУ?
49. Сформулируйте критерий Кронекера-Капелли.

Начала математического анализа

1. Что понимают под понятием множества? Как обозначаются множества? 2. Что такое элемент множества?
2. Дайте определение пустому множеству. Как оно обозначается?
3. Что такое подмножество, равные множества?
4. Охарактеризуйте операции над множествами.
5. Дайте характеристику всем числовым множествам.
6. Охарактеризуйте числовые промежутки.
7. Что такое функция, зависимая переменная, независимая переменная?
8. Что такое область определения и область значения?
9. Дайте определение графика функции?
10. Перечислите способы задания функции.
11. Какие функции называются четными, нечетными?
12. Какие функции называются возрастающими, убывающими?
13. Какие функции называются ограниченными, периодическими?
14. Дайте определение обратной функции, сложной функции.
15. Охарактеризуйте основные элементарные функции и их графики.
16. Что называют δ -окрестностью точки?
17. Что такое предел функции в точке, предел функции на бесконечности?
18. Назовите необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке.
19. Чему равен предел в точке константы?
20. Сформулируйте теоремы о пределах в точке суммы, произведения, частного двух функций.
21. Какие функции называются бесконечно-большими в точке, бесконечно-малыми в точке?

22. Сформулируйте теорему о связи между бесконечно-большими и бесконечно-малыми функциями.
23. Сформулируйте теоремы о замечательных пределах.
24. Что такое эквивалентные бесконечно-малые?
25. Сформулируйте теорему о вычислении предела отношения бесконечно-малых.
26. Напишите таблицу эквивалентных бесконечно-малых.
27. Что такое приращение аргумента?
28. Что такое приращение функции?
29. Дайте определение производной функции в точке.
30. В чем состоит алгоритм нахождения производной?
31. В чем сущность геометрического смысла производной?
32. В чем состоит физический смысл производной?
33. Напишите таблицу производных основных элементарных функций.
34. Сформулируйте и докажите теоремы о правилах дифференцирования.
35. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.
36. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
37. Сформулируйте теоремы Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа.
38. В чем стоит критерий постоянства?
39. Сформулируйте теорему о признаке монотонности (достаточное условие) с доказательством.
40. Что такое критическая точка функции?
41. В чем стоит правило исследования функции на монотонность?
42. Что такое точка максимума, минимума?
43. Что называются экстремумами функции?
44. Сформулируйте теорему о необходимом условии экстремума.
45. Сформулируйте теоремы 1 и 2 о достаточном условии экстремума.
46. В чем состоит правило исследования функции на экстремумы?
47. Сформулируйте теорему о наибольшем и наименьшем значении функции на отрезке.
48. Когда график функции называется выпуклым вверх (вниз)?
49. Сформулируйте теорему достаточное условие выпуклости.
50. Дайте определение точки перегиба.
51. Сформулируйте теоремы достаточное и необходимое условие перегиба.
52. Сформулируйте правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.
53. Что такое неперпендикулярные асимптоты графика функции?
54. Сформулируйте правила Лопиталя.
55. Сформулируйте правило исследование графика функции на выпуклость, вогнутость и точки перегиба.
56. Охарактеризуйте общую схему исследования графика функции и его построения.

1. Дайте определение понятия испытания, приведите примеры.
2. Дайте определение невозможного и достоверного события, случайного события.
3. Какие события называются совместными, несовместными?
4. Какие события называются равносильными?
5. Охарактеризуйте действия над событиями (произведение, сумма и разность)
6. Какие события называются противоположными?
7. Что такое полная группа событий?
8. Дайте классическое определение вероятности.
9. Дайте статистическое определение вероятности.
10. Дайте геометрическое определение вероятности.
11. Сформулируйте теоремы сложения №1, 2, 3,4
12. Дайте определение независимых событий.
13. Сформулируйте теоремы умножения № 1, 2, 3,4
14. В чем суть формул Байеса?
15. Что такое схема Бернулли?
16. В чем суть формулы Бернулли?
17. В чем состоят приближенные способы подсчета вероятностей в схеме Бернулли?
18. Что такое случайная величина? Какая случайная величина называется дискретной?
19. Что такое математическое ожидание?
20. Что такое дисперсия? Что она характеризует? Что такое среднее квадратичное отклонение и коэффициент вариации?
21. Что называется функцией распределения (интегральной функцией распределения)?
22. Какие случайные величины называются непрерывными?
23. Что такое плотность вероятности (дифференциальная функции распределения)?
24. По каким формулам находятся математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины? Непрерывной случайной величины?
25. Понятие о генеральной совокупности и выборке, проблема репрезентативности выборки.
26. Представление статистических данных. Статистические таблицы.
27. Дайте определение гистограммы и полигона частот.
28. Что такое размах вариации, среднее значение, мода и медиана для группированной и негруппированной выборки?
29. Дате определение дисперсии, среднего квадратичного отклонения.
30. В чем суть нормального распределения, что такое асимметрия и эксцесс?

Задания для проведения проверочных работ:

Проверочная работа 1

Исследуйте на совместность и решите систему линейных алгебраических уравнений:

- 1) методом Гаусса;
- 2) матричным способом;
- 3) с помощью формул Крамера:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 3x + 5y - z = 1 \\ 4x + 7y - 2z = 2 \end{cases}$$

Проверочная работа 2

1. Найти указанные пределы (не пользуясь правилом Лопиталя):

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 3x + 2}{x^4 - 2x^2 + x}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{2x^2 - 7x + 6}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{2x + 5} - 3};$$

2. Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$y = \frac{2x - 6}{x - 2}$$

Проверочная работа 3

1. Партия изделий состоит из 35 изделий первого сорта, 10 изделий второго сорта и 5 изделий третьего сорта. Какова вероятность того, что из 3 отобранных случайным образом изделий не менее 2 изделий окажутся первого сорта?
2. Агрегат, имеющий 3 узла способен функционировать, если работает не менее 2 из них. Вероятность выхода из строя первого узла равна 0,015; второго – 0,01; третьего – 0,025. Какова вероятность выхода из строя агрегата?
3. По данной статистической выборке
 - 1) найти моду;
 - 2) найти медиану;
 - 3) найти выборочное среднее;
 - 4) найти дисперсию выборки;
 - 5) найти среднее квадратическое отклонение;

x_i	1	2	5	7	8	11	15	16	18	21
n_i	26	28	26	23	24	15	12	25	16	14

Типовые задачи для индивидуальных заданий:

Индивидуальное задание

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -8 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$$

1. Решить систему уравнений: а)

$$y = \frac{2}{x^2 - 4}$$

2. Исследовать функцию и построить ее график:

3. Вычислить производную функции: а) $y = \frac{\cos 2x}{x^2 - 6x^3}$ б) $y = \ln(3x^2 \operatorname{tg} x)$

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3 \text{ на отрезке } \left[\frac{3}{8}; 3 \right]$$

5. По приведенной ниже выборке:

- 1) построить интервальное статистическое распределение;
- 2) вычислить выборочное среднее \bar{x} , выборочное среднее квадратическое отклонение $s_{\text{выб}}$;
- 3) построить гистограмму относительных частот;
- 4) по всем предприятиям хлопчатобумажной промышленности с надежностью 0,95 оценить среднее значение затрат на 100 руб. товарной продукции и долю предприятий, у которых затраты не более 100 руб.

Затраты на 100 руб. товарной продукции (в руб.) по предприятиям хлопчатобумажной промышленности за год	99,4	102,9	102,9	99,0	99,4	100,0	99,4	100,7	100,0	100,7
	98,4	97,1	103,7	99,4	98,4	102,9	103,4	101,5	99,4	96,8
	100,7	101,5	100,0	104,3	100,7	102,5	103,4	101,6	99,7	97,2
	102,3	100,7	100,6	102,0	98,9	102,0	102,0	102,1	100,7	102,9
	102,0	102,0	98,3	100,7	102,3	103,4	101,5	101,5	100,7	104,3

6. Партия изделий состоит из 35 изделий первого сорта, 10 изделий второго сорта и 5 изделий третьего сорта. Какова вероятность того, что из 3 отобранных случайным образом изделий не менее 2 изделий окажутся первого сорта?
7. Агрегат, имеющий 3 узла способен функционировать, если работает не менее 2 из них. Вероятность выхода из строя первого узла равна 0,015; второго – 0,01; третьего – 0,025. Какова вероятность выхода из строя агрегата?
8. На заводе рабочий за смену изготавливает 450 деталей. Вероятность того, что изготовленная деталь будет удовлетворять стандарту, равна 0,85. Найти вероятность того, что стандарту будет удовлетворять ровно 360 деталей среди всех произведенных рабочим за смену деталей.

Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)
Теоретические вопросы для подготовки к экзамену (типовые)

2 семестр

1. Определители. Основные понятия и обозначения. Свойства определителей. Вычисление определителей.
2. Матрицы. Основные понятия и обозначения. Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матриц.
3. Решение СЛУ методом Крамера. Решение СЛУ методом Гаусса. Решение СЛУ методом обратной матрицы.
4. Понятие множества, элемента множества. Пустое множество. Подмножество, равные множества.
5. Операции над множествами
6. Числовые множества. Множество действительных чисел, его свойства, числовые промежутки
7. Функция, зависимая переменная, независимая переменная. Область определения и область значения функции. График функции
8. Способы задания функции
9. Четные и нечетные функции, возрастающие и убывающие функции, ограниченные и периодические функции.
10. Обратная функция. Сложная функция.
11. Основные элементарные функции и их графики.
12. δ -окрестность точки. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке.
13. Предел в точке константы.
14. Предел в точке суммы, произведения, частного двух функций.
15. Бесконечно-большая функция в точке. Бесконечно-малая функция в точке. Связь между бесконечно-большими и бесконечно-малыми функциями.
16. Теоремы о замечательных пределах (1).
17. Эквивалентные бесконечно - малые. Теорема о вычислении предела отношения бесконечно-малых. Таблица эквивалентных бесконечно-малых.
18. Что такое приращение аргумента? ?
19. Определение производной функции в точке.
20. Алгоритм нахождения производной.
21. Геометрический и физический смысл производной.
22. Таблица производных основных элементарных функций.
23. Правила дифференцирования
24. Теорема о производной сложной функции и о производной обратной функции.
25. Теорема Ферма, Теорема Ролля, Теорема Коши, Теорема Лагранжа.
26. Критерий постоянства. Теорема признак монотонности (достаточное условие) с доказательством.

27. Критическая точка функции. Правило исследования функции на монотонность. Точка максимума, минимума. Экстремумы функции. Теорема необходимое условие экстремума.
28. Теорема 1 и 2 достаточное условие экстремума. Правило исследования функции на экстремумы.
29. Теорема о наибольшем и наименьшем значении функции на отрезке.
30. Когда график функции называется выпуклым вверх (вниз)? Теорема достаточное условие выпуклости.
31. Определение точки перегиба. Теоремы достаточное и необходимое условие перегиба.
32. Правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.
33. Невертикальные асимптоты графика функции.
34. Правило исследование графика функции на выпуклость, вогнутость и точки перегиба.
35. Общая схема исследования графика функции и его построение.
36. Понятие испытания. Невозможные и достоверные события, случайные события. Совместные, несовместные события. Равносильные события
37. Действия над событиями (произведение, сумма и разность)
38. Противоположные события. Полная группа события
39. Классическое определение вероятности
40. Статистическое определение вероятности
41. Геометрическое определение вероятности
42. Теорема сложения №1, 2, 3, 4
43. Независимые события
44. Теоремы умножения № 1, 2, 3, 4
45. Условные вероятности, формула Байеса
46. Схема Бернулли, формула Бернулли
47. Приближенные способы подсчета вероятностей в схеме Бернулли.
48. Дискретная, случайная величина.
49. Дисперсия, математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.
50. Функция распределения (интегральная функция распределения).
51. Непрерывные случайные величины, плотность вероятности (дифференциальная функция распределения).
52. Генеральная совокупность, выборка, проблема репрезентативности выборки.
53. Представление статистических данных. Статистические таблицы.
54. Гистограмма и полигон частот
55. Размах вариации
56. Среднее значение.
57. Мода и медиана для группированной и негруппированной выборки.
58. Дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
59. Нормальное распределение. Асимметрия и эксцесс.

Вопросы к диагностической работе

1. Квадратная матрица называется вырожденной, если её определитель ...
 - а) $= 0$
 - б) $\neq 0$
 - в) $= 1$
 - г) $\neq 1$
2. При каком условии система линейных уравнений имеет единственное решение:
 - а) $r(A) < n$
 - б) $r(A) = n$
 - в) $r(A) > n$
 - г) $r(A) = 0$

3. Если матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, то $4A$ имеет вид:
- а) $A = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 12 & -2 \end{pmatrix}$ в) $A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 12 & -8 \end{pmatrix}$
- б) $A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ г) $A = \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$

4. Решая систему 4-х линейных уравнений с 4-мя неизвестными методом

æ	5	9	1	-3	Ö
ç	8	32	5	6	÷
ç	0	7	8	3	÷
ç	0	0	0	11	÷
ø	0	0	0	11	Ø

Гаусса получили матрицу: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & | & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}$, значит, данная система

- а) имеет единственное решение в) не имеет решений
б) имеет бесконечное множество решений г) имеет два ненулевых решения

5. Для матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

найти элемент c_{23} произведения $C = B \cdot A$.

6. Решить системы уравнений по формулам Крамера:
- $$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 4 \\ 7x_1 + 4x_2 = 8 \end{cases}$$

7. Решить систему матричным способом

$$\begin{cases} 3x - y - z = -3 \\ x + z = 5 \\ y - z = -2 \end{cases}$$

8. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 12 \\ 3x_1 - 5x_2 + 7x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 - 7x_2 + x_3 - 3x_4 = 4 \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 16 \end{cases}$$

9. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 4}$.

10. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -5 & 6 & 9 \\ 1 & 7 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

11. Вычислить определитель четвертого порядка: 1) используя разложение по строке или столбцу; 2) сведя к ступенчатому виду.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & -7 & 8 & -9 \\ -1 & 3 & -5 & 0 \\ -4 & 3 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

12. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, методом Крамера и методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7 \\ -3x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 48 \\ 6x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$$

22. Исследовать на непрерывность: $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

23. Найти производную функции:

$$y = 3x^4 - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt[5]{x^3}$$

24. Найти производную функции:

$$y = \sin^3(2x) \times \cos(5x^3)$$

25. Найти интервалы монотонности функции: $y = x^3 - 3x^2 - 36x + 1$.

26. Провести полное исследование функции и построить график $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$

27. Найти неопределенный интеграл $\int \sqrt{x^2 - 2x^3} + \frac{1}{x^2} dx$

28. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x^2 - 1}{x} dx$

29. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x}{x^2 - 5} dx$

30. Найти неопределенный интеграл $\int x e^{-x} dx$

31. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{3x^2 - 15}{(x-1)(x^2 + 5x + 6)} dx$.

32-36. Вычислить определенные интегралы

$$a) \int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt{1-8x^2}}; \quad б) \int_2^6 \sqrt{x-1} dx; \quad в) \int_0^{1/2} \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx; \quad г) \int_3^5 \frac{x dx}{\sqrt{x^2-2}}; \quad д) \int_p^{2p} x^2 \cos x dx.$$

37. Найти область определения функции $z = \frac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

38-41. Вычислить производные:

$$a) y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} \quad б) y = (e^{\sin x} + 3x)^3; \quad в) y = \ln \arctg \sqrt{x}; \quad г) y = (x+1)^{\sin x};$$

42-43. Вычислить производные:

$$a) x^2 + y^2 - 2y = 0; \quad б) \begin{cases} x = t - \ln t \\ y = 3t^2 - 2t^3 \end{cases}$$

44-46. Вычислить неопределенные интегралы:

$$a) \int x^2 \sqrt{2-x} dx; \quad б) \int n^2 x dx; \quad в) \int \frac{dx}{x^4 + 7x^2 + 12}$$

47-48. Вычислить определенные интегралы:

$$a) \quad б)$$

$$\int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 2x + 1) dx$$

;

$$\int_0^{\pi} x \sin x dx$$

49. Матрицы. Действия над матрицами. Их свойства.
50. Определители (основные понятия). Вычисление определителей второго и третьего порядков. Свойства определителей.
51. Элементарные преобразования матриц.
52. Обратная матрица, её вычисление и свойства.
53. Базисный минор матрицы.
54. Ранг матрицы. Его свойства.
55. Системы линейных алгебраических уравнений.
56. Решение невырожденных линейных систем. Матричный метод решения систем уравнений.
57. Решение невырожденных линейных систем. Метод Крамера.
58. Метод Гаусса решения линейных систем.
59. Понятие функции, дифференцируемой в точке.
60. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
61. Производная функции, ее смысл в различных задачах.
62. Правила нахождения производной и дифференциала.
63. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
64. Дифференцирование неявных функций.
65. Дифференцирование степенно – показательных функций.
66. Производные и дифференциалы высших порядков.
67. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
68. Первообразная функция (основные понятия и теоремы). Определение неопределённого интеграла.
69. Основные свойства неопределённого интеграла.
70. Основные методы интегрирования (непосредственно, разложением, заменой переменной).